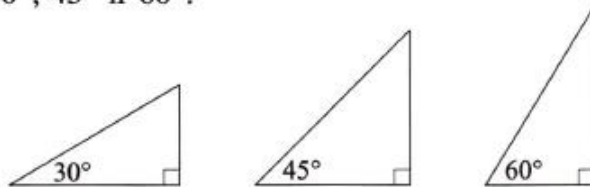


## 2 Smailiojo kampo kosinusas

*Užduotis.* Brėžinyje pavaizduoti trys statieji trikampiai, kurių vienas kampas yra  $30^\circ$ ,  $45^\circ$  ir  $60^\circ$ .



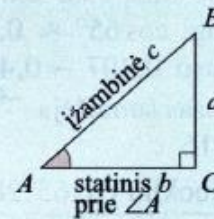
Irodykite, kad:

$$\frac{\text{statinis, esantis prie } 30^\circ \text{ kampo}}{\text{ižambinė}} = \frac{\sqrt{3}}{2},$$

$$\frac{\text{statinis, esantis prie } 45^\circ \text{ kampo}}{\text{ižambinė}} = \frac{\sqrt{2}}{2},$$

$$\frac{\text{statinis, esantis prie } 60^\circ \text{ kampo}}{\text{ižambinė}} = \frac{1}{2}.$$

*Stačiojo trikampio smailiojo kampo kosinusu vadinamas prie to kampo esančio statinio ir ižambinės ilgių santykis.*



Kampo  $A$  kosinusą žymėsime  $\cos A$ . Taigi

$$\cos A = \frac{\text{statinis, esantis prie kampo } A}{\text{ižambinė}}$$

$$\text{t. y. } \cos A = \frac{AC}{AB} = \frac{b}{c}.$$

Kadangi  $c > b$ , tai  $\frac{b}{c} < 1$  ir  $\cos A < 1$ .

Remiantis stačiųjų trikampių panašumu nesunku įsitikinti, kad stačiuosiuose trikampiuose, kurių smailieji kampai lygūs, lygūs ir tų kampų kosinusai.

Anksčiau įsitikinome, kad

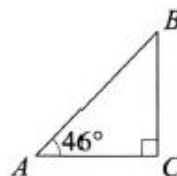
$$\cos 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}, \quad \cos 45^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2}, \quad \cos 60^\circ = \frac{1}{2}$$

Matome, kad didesnę kampo reikšmę atitinka mažesnė kosinuso reikšmė.

Žinant kampo didumą, galima rasti to kampo kosinusą ir atvirkščiai, žinant kampo kosinusą, galima nubraižyti patį kampą ir rasti jo didumą.

1 PAVYZDYS. Apskaičiuokime  $\cos 46^\circ$ .

1. Su matlankiu nubraižome kampą  $A$ , lygų  $46^\circ$ .
2. Vienoje kampo kraštinėje atidedame bet kokio ilgio atkarpą  $AB$ , pavyzdžiui,  $AB = 5$  cm.
3. Iš taško  $B$  į kitą kampo kraštinę nubrėžiame statmenį  $BC$ .



4. Išmatuojame  $AC$  ilgį:  $AC \approx 3,5$  cm.

5. Apskaičiuojame santykį  $\frac{AC}{AB} \approx \frac{3,5}{5} = 0,7$ . Taigi  $\cos 46^\circ \approx \frac{3,5}{5} = 0,7$ .

*Pastaba.* Skaičiuoklį nustatę į padėtį „DEG“ pagal algoritmą

gauname 0,69465837.

Iš lentelės randame, kad  $\cos 46^\circ \approx 0,695$ .

Taigi  $\cos 46^\circ \approx 0,695$ .

2 PAVYZDYS. Remdamiesi lentele arba su skaičiuokliu apskaičiuokime  $\cos 65^\circ 28'$ .

Pastebėsime, kad, kampui didėjant, kosinuso reikšmė mažėja.

Kadangi  $\cos 65^\circ \approx 0,423$ , o  $\cos 66^\circ \approx 0,407$ , tai  $1^\circ$  kampo pokytį atitinka kosinuso  $0,407 - 0,423 = -0,016$  pokytis. Kai kampas padidėja  $28'$ , jo kosinusas sumažėja  $\frac{-0,016 \cdot 28}{60} \approx -0,007$ . Taigi  $\cos 65^\circ 28' \approx 0,423 - 0,007 = 0,416$ .

Skaičiuokliu  $\cos 65^\circ 28'$  skaičiuojame taip (skaičiuoklio padėtis „DEG“):

gauname  $0,415222566 \approx 0,415$ .

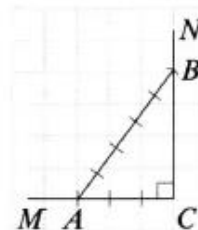
Taigi  $\cos 65^\circ 28' \approx 0,415$ .

3 PAVYZDYS. Nubraižykime kampą  $A$ , kurio  $\cos A = \frac{3}{5}$  ir apskaičiuokime jo didumą.

Kaip ir 1 skyrelio 3 pavyzdyje, nubraižome statųjį trikampį  $ACB$ , kurio statinis  $AC$  lygus 3 ilgio vienetams, o įžambinė – 5 ilgio vienetams.

Kampas  $A$  yra ieškomas, nes  $\cos A = \frac{AC}{AB} = \frac{3}{5}$ .

Matlankiu išmatuojame kampo  $A$  didumą:  $\angle A \approx 53^\circ$ .



*Pastaba.* Kampo  $A$  reikšmę galima rasti lentelėje arba apskaičiuoti skaičiuokliu. Kosinusų stulpelyje ieškome 0,600 arba jai artimos reikšmės. Tai skaičius 0,602. Jį atitinka  $53^\circ$  kampas. Taigi  $\angle A \approx 53^\circ$ .

Skaičiuokliu kampo  $A$  reikšmę randame taip (skaičiuoklio padėtis „DEG“):

$\boxed{0} \boxed{\cdot} \boxed{6} \boxed{\text{INV}} \boxed{\cos^{-1}}$  gauname  $\approx 53,13^\circ$ .

Iš tikrųjų, kampas  $A$  yra didesnis už  $53^\circ$ .

Lentelėje randame, kad  $\cos 54^\circ \approx 0,588$ .

$$\begin{array}{l} 60 \text{ minučių} - (0,602 - 0,588), \\ x \text{ minučių} - (0,602 - 0,600); \end{array} \Rightarrow x = \frac{0,002 \cdot 60}{0,014} \approx 9 \text{ (minutės)}.$$

Kadangi, kampui didėjant, kosinusas mažėja, tai  $\angle A = 53^\circ + 9' = 53^\circ 9'$ . Skaičiuodami skaičiuokliu buvome gavę, kad  $\angle A \approx 53,13^\circ$ . Laipsnio dalis paversime minutėmis:

$$\begin{array}{l} 1^\circ - 60 \text{ minučių}, \\ 0,13^\circ - x \text{ minučių}; \end{array} \Rightarrow x = 0,13 \cdot 60 \approx 8'.$$

Taigi  $\angle A \approx 53^\circ 8'$ .

To paties kampo  $A$  sinusas ir kosinusas susieti lygybe:

$$\sin^2 A + \cos^2 A = 1$$

Iš tikrųjų, kadangi  $\sin A = \frac{a}{c}$ ,  $\cos A = \frac{b}{c}$ , tai:

$$\sin^2 A + \cos^2 A = \frac{a^2}{c^2} + \frac{b^2}{c^2} = \frac{a^2 + b^2}{c^2} = 1.$$

